



Cálculo III (LM-PM)

Segundo Examen Parcial - 22/11/2016

Alumna/o: Carrera: LM - PM

1. Considerar el campo $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, F(x, y) = \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2} \right)$.
 - a) Verificar que es conservativo.
 - b) Hallar un potencial φ .
 - c) Calcular el trabajo necesario para trasladar una partícula desde $(2; 0)$ hasta $(0; -3)$ a lo largo de la elipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.
2. Considerar la función $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(u, v) = (x, y) = (u + v^2, v)$.
Sea $D^* = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq u \leq 2, 0 \leq v \leq 1\}$.
 - a) Hallar $D = T(D^*)$ en el plano (x, y) .
 - b) Mostrar que T es inyectiva.
 - c) Calcular $\iint_D e^{x-y^2} dx dy$
3. El cilindro $x^2 + y^2 = x$ divide la superficie de la esfera unitaria de \mathbb{R}^3 en dos superficies S_1 y S_2 , donde S_1 está 'dentro' del cilindro y S_2 afuera. Mostrar que

$$\frac{\text{Volumen de } S_1}{\text{Volumen de } S_2} = \frac{\pi - 4/3}{\pi + 4/3}$$

4. Sea C la mitad de circunferencia unitaria que se encuentra en el semiplano $y \leq x$, orientada desde $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ hasta $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$.
Sea F el campo vectorial $F(x, y) = (xe^{x^2-y^2} + 2y + 2, -ye^{x^2-y^2} + 3x)$.
Calcular $\int_C F \cdot ds$.
5. Hallar el área acotada por un arco de cicloide $x(\theta) = a(\theta - \text{sen}(\theta)), y(\theta) = a(1 - \text{cos}(\theta))$, $a > 0, 0 \leq \theta \leq 2\pi$, y el eje x .